

(н) Известно, что равенство $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{b}$ выполняется при $n = 2$.

b – параметр, отличный от 0.

(1) Найдите значение b .

(2) Подставьте $b = 4$ и докажите методом математической индукции или любым другим способом, что данное равенство выполняется для любого натурального n .

решение:

$$1) 1^3 + 2^3 = \frac{2^2(2+1)^2}{b} \Rightarrow b = 4$$

$$2) n = 1 \Rightarrow 1^3 = \frac{1^2(1+1)^2}{4}$$

Докажем, что если равенство выполняется для n , тогда равенство выполняется

$$\text{для } n+1, \text{ то есть } 1^3 + 2^3 + \dots + n^3 + (n+1)^3 = \frac{(n+1)^2(n+2)^2}{4}$$

$$1^3 + 2^3 + \dots + n^3 + (n+1)^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4} + (n+1)^3 = \frac{(n+1)^2(n^2 + 4(n+1))}{4} \Rightarrow$$

$$1^3 + 2^3 + \dots + n^3 + (n+1)^3 = \frac{(n+1)^2(n^2 + 4n + 4)}{4} = \frac{(n+1)^2(n+2)^2}{4}$$

(з) На чертеже справа изображен график функции $f(x)$,

область определения которой $x \leq 6$.

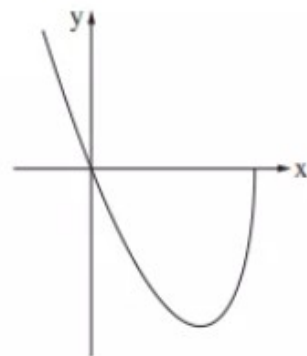
Одно из приведенных ниже выражений I–IV соответствует функции $f(x)$.

I. $f(x) = x\sqrt{6-x}$

II. $f(x) = -x\sqrt{6-x}$

III. $f(x) = x\sqrt{x-6}$

IV. $f(x) = -x\sqrt{x-6}$



(1) Определите, какое из выражений соответствует функции $f(x)$. Обоснуйте свой ответ.

Дана функция $g(x) = (f(x))^2$, область определения которой $x \leq 6$.

(2) Вычислите площадь фигуры, заключенной между графиком функции $g(x)$ и осью x .

решение :

1) для $0 < x < 6$, $f(x) < 0$, для $x < 0$, $f(x) > 0$ и для $x < 6$, $(6-x) > 0 \Rightarrow$

$$f(x) = -x\sqrt{6-x} \text{ (II)}$$

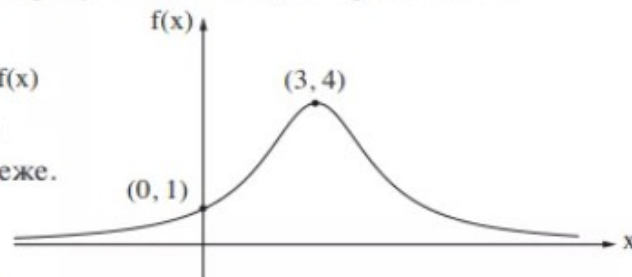
$$2) g(x) = x^2(6-x), S = \int_0^6 x^2(6-x)dx = \int_0^6 (6x^2 - x^3)dx = \left(2x^3 - \frac{x^4}{4}\right) \Big|_0^6 = 108$$

$$S = 108$$

- (2) На чертеже ниже изображен график функции $f(x)$, определенной для любого x .
У функции $f(x)$ есть только одна точка экстремума и только одна горизонтальная асимптота, уравнение которой $y = 0$.

Координаты точки экстремума функции $f(x)$ и координаты точки пересечения графика функции $f(x)$ с осью y показаны на чертеже.

Дана функция $g(x) = \frac{1}{f(x) - 2}$.



- (1) Сколько асимптот, перпендикулярных оси x есть у функции $g(x)$? Обоснуйте свой ответ.
(2) Найдите уравнение асимптоты функции $g(x)$, перпендикулярной оси y .
(3) Начертите схематический график функции $g(x)$.

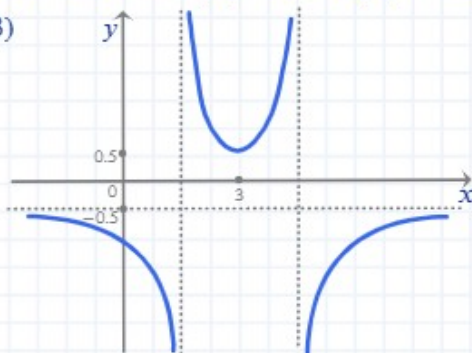
(продолжение на странице 3)

решение :

1) $0 < f(x) \leq 4 \Rightarrow f(x) - 2 = 0$ в 2х точках $\Rightarrow$ есть 2 вертикальные асимптоты

2) $x \rightarrow \pm\infty \Rightarrow f(x) \rightarrow 0 \Rightarrow g(x) \rightarrow -0.5 \Rightarrow$ горизонтальная асимптота $y = -0.5$

3)



- (7) На чертеже справа изображен прямоугольный треугольник ABC ($\angle CAB = 90^\circ$).

Известно, что длины сторон этого треугольника –
первые три члена некоторой геометрической прогрессии.

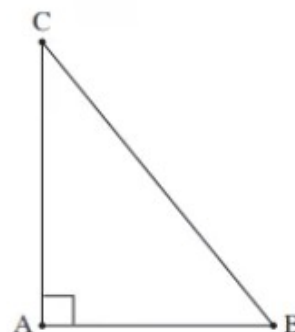
Первый член этой прогрессии равен длине стороны AB .

Дано: $AB = 1$.

- (1) Может ли второй член этой прогрессии равняться длине стороны BC ? Обоснуйте свой ответ.

- (2) Найдите длину стороны BC

(в своем ответе можете оставить знак корня).



решение :

1) Пусть $|AB| = c = 1$, $|AC| = b$, $|CB| = a$, тогда $a > b$ и $a > c$ ($a^2 = b^2 + c^2$) $\Rightarrow$
 a не может быть 2м членом прогрессии

2) $c < b < a$ и $c = 1$, $b = 1 * b = b \Rightarrow a = b * b = b^2$, $a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow$

$1^2 + b^2 = b^4 \Rightarrow b^4 - b^2 - 1 = 0 \Rightarrow b^2 = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$, $b^2 \neq \frac{1 - \sqrt{5}}{2} < 0$

$|BC| = a = b^2 \Rightarrow |BC| = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

2. a_n – бесконечно убывающая геометрическая прогрессия, все члены которой положительные и знаменатель которой q .

(к) Ниже приведены три утверждения I–III. Определите, какое из этих утверждений верно и обоснуйте свой ответ.

I. $-1 < q < 0$

II. $0 < q < 1$

III. $1 < q$

b_n – бесконечная последовательность, для членов которой выполняется $b_n = a_n + a_{n+1} + a_{n+2}$ при любом натуральном n .

(з) Докажите, что последовательность b_n – геометрическая прогрессия со знаменателем q .

Дано, что сумма членов прогрессии b_n в 1.96 раз больше суммы членов прогрессии a_n .

(г) Найдите значение q .

c_n – последовательность, для членов которой выполняется $c_n = \frac{b_n}{4 \cdot a_n}$ при любом натуральном n .

Дано, что сумма k первых членов этой последовательности равна 34.79.

(т) (1) Докажите, что последовательность c_n является постоянной.

(2) Найдите значение k .

Поменяли знак у каждого из членов последовательности c_n с чётным номером.

(п) Найдите сумму k первых членов последовательности c_n после замены знаков. Обоснуйте свой ответ.

решение :

к $a_n > 0, a_{n+1} < a_n \Rightarrow 0 < q < 1$ (II)

з $b_n = a_1 * q^{n-1} + a_1 * q^n + a_1 * q^{n+1} = (a_1 + a_1 * q + a_1 * q^2) * q^{n-1} \Rightarrow b_1 = a_1(1 + q + q^2), q_b = q$

г $\sum b_n = \frac{a_1(1 + q + q^2)}{1 - q}, \sum a_n = \frac{a_1}{1 - q} \Rightarrow (1 + q + q^2) = 1.96$ и $q > 0 \Rightarrow q = 0.6$

т $c_n = \frac{1}{4}(1 + q + q^2) \Rightarrow c_n = 0.49$

$k * c_n = 34.79 \Rightarrow k = 71$

п $c_1 - c_2 + c_3 - c_4 + \dots + c_{69} - c_{70} + c_{71} = c_{71} = 0.49$

3. Чтобы быть принятым на работу в одну фирму, кандидаты должны пройти три этапа отбора один за другим: тест А, тест Б и личное собеседование.

Только кандидат, успешно сдавший тест А, может сдавать тест Б, и только кандидат, успешно сдавший тест Б, принимает участие в собеседовании.

Кандидата, прошедшего все три этапа, принимают на работу.

Вероятность того, что кандидат успешно сдаст тест А, равна p ($0 < p < 1$).

Вероятность того, что кандидат, успешно сдавший тест А, успешно сдаст тест Б, в 2 раза больше того, что кандидат успешно сдаст тест А.

Вероятность того, что кандидат будет принят на работу, в 3 раза больше вероятности того, что кандидат успешно сдаст оба теста, но не пройдет собеседование.

- (к) Найдите вероятность того, что кандидат, успешно сдавший оба теста, пройдет собеседование.

94% кандидатов не принимают на работу.

- (а) Найдите значение p .

- (б) Известно, что кандидат не был принят на работу. Какова вероятность того, что этот кандидат успешно сдал тест А?

Из всех кандидатов, не принятых на работу, случайным образом выбирают 5 кандидатов.

- 05 (г) Какова вероятность, что по меньшей мере два из них успешно сдали тест А?

решение :

$$P(AB) = P(AB\bar{C}) + P(ABC), P(ABC) = 3P(AB\bar{C}) \Rightarrow P(AB) = \frac{4}{3}P(ABC), P(ABC) = \frac{3}{4}P(AB) = 0.75$$

$$P(ABC) = 0.75$$

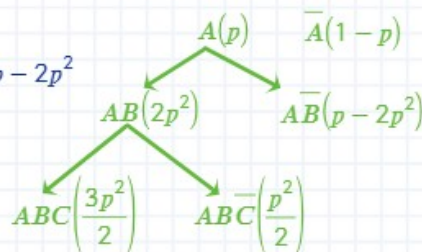
$$P(A) = p \Rightarrow P(\bar{A}) = 1 - p$$

$$P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = 2p \Rightarrow P(AB) = 2p^2 \Rightarrow P(\bar{A}\bar{B}) = p - P(AB) = p - 2p^2$$

$$P(ABC) = 3P(AB\bar{C}) \text{ и } P(AB\bar{C}) + P(ABC) = P(AB) = 2p^2 \Rightarrow$$

$$P(AB\bar{C}) = \frac{p^2}{2}, P(ABC) = 3\frac{p^2}{2}$$

$$1 - P(ABC) = 0.94 \Rightarrow 1 - 3\frac{p^2}{2} = 0.94 \Rightarrow p^2 = 0.04 \Rightarrow p = 0.2$$



- а Событие D – принят на работу, событие $\bar{D}$ – не принят на работу $\Rightarrow P(\bar{D}) = 1 - P(ABC)$, $P(D) = P(ABC)$
 $P(\bar{D}) = 0.94$, $P(D) = 0.06$

$$P(A|\bar{D}) = \frac{P(A\bar{D})}{P(\bar{D})} = \frac{P(\bar{A}\bar{B}) + P(AB\bar{C})}{P(\bar{A}) + P(\bar{A}\bar{B}) + P(AB\bar{C})} = \frac{P(\bar{A}\bar{B}) + P(AB\bar{C})}{1 - P(ABC)} = \frac{(p - 2p^2) + \frac{p^2}{2}}{1 - 3\frac{p^2}{2}} = \frac{0.14}{0.94} = \frac{7}{47}$$

$$P(A|\bar{D}) = \frac{7}{47} \quad P(\bar{A}|\bar{D}) = 1 - P(A|\bar{D}) = 1 - \frac{0.14}{0.94} = \frac{0.8}{0.94}$$

- 7 Варианты выбора : $(A|\bar{D})(A|\bar{D})(A|\bar{D})(A|\bar{D})(A|\bar{D})$ $(A|\bar{D})(\bar{A}|\bar{D})(\bar{A}|\bar{D})(\bar{A}|\bar{D})(\bar{A}|\bar{D})$
 $(A|\bar{D})(A|\bar{D})(A|\bar{D})(A|\bar{D})(\bar{A}|\bar{D})$ $(\bar{A}|\bar{D})(\bar{A}|\bar{D})(\bar{A}|\bar{D})(\bar{A}|\bar{D})(\bar{A}|\bar{D})$
 $(A|\bar{D})(A|\bar{D})(A|\bar{D})(\bar{A}|\bar{D})(\bar{A}|\bar{D})$
 $(A|\bar{D})(\bar{A}|\bar{D})(\bar{A}|\bar{D})(\bar{A}|\bar{D})(\bar{A}|\bar{D})$

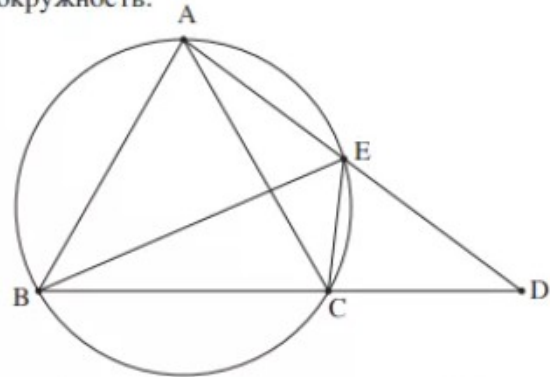
$$P_7 = 1 - C_5^1 * (P(\bar{A}|\bar{D}))^4 * P(A|\bar{D}) - P(\bar{A}|\bar{D})^5 = 1 - 5 * \frac{0.14}{0.94} * \left(\frac{0.8}{0.94}\right)^4 - \left(\frac{0.8}{0.94}\right)^5 = 0.16283$$

$$P_7 = 0.16283$$

4. ABC – равносторонний треугольник, вписанный в окружность.

Точка D лежит на продолжении стороны BC ,
как показано на чертеже.

Отрезок AD пересекает окружность в точке E .



(а) Докажите: $\angle AEB = \angle BEC = \angle CED = 60^\circ$.

(б) Докажите: $\triangle AEB \sim \triangle CED$.

(в) Докажите: $\frac{AE}{CE} = \frac{BC}{CD}$.

Известно, что площадь треугольника AEB в 2.25 раз больше площади треугольника CED .

(г) Найдите, во сколько раз площадь треугольника ABD больше площади треугольника CED .

решение :

$$\text{а) } |AB| = |BC| \Rightarrow \angle ACB = \angle AEB = \angle BAC = \angle BEC = 60^\circ$$

$$\angle ABC = 180^\circ - \angle AEC = \angle CED = 60^\circ$$

$$\text{б) } \angle AEB = \angle CED, \angle BAE = 180^\circ - \angle BCE = \angle ECD \Rightarrow \triangle AEB \sim \triangle CED \text{ по 2м углам} \Rightarrow$$

$$\text{в) } \frac{|BE|}{|DE|} = \frac{|EA|}{|EC|} = \frac{|AB|}{|CD|} = \frac{|BC|}{|CD|} \Rightarrow \frac{|EA|}{|EC|} = \frac{|BC|}{|CD|}$$

$$\text{г) } S_{ABD} = S_{ABE} + S_{BEC} + S_{CED} = \frac{1}{2}|AE| * |BE| \sin 60^\circ + \frac{1}{2}|BE| * |CE| \sin 60^\circ + \frac{1}{2}|CE| * |DE| \sin 60^\circ$$

$$|AB| = \sqrt{2.25} * |CD|, |BE| = \sqrt{2.25} * |ED|, |AE| = \sqrt{2.25} * |CE|$$

$$S_{ABD} = (1.25^2 + 1.25 + 1) * \frac{1}{2}|CE| * |DE| \sin 60^\circ = (1.25^2 + 1.25 + 1) S_{CED}$$

$$S_{ABD} = 4.75 * S_{CED}$$

5. На чертеже справа изображен равнобедренный треугольник ABC ($AB = AC$).

Точка E – такая точка на основании BC , что $BE = 3 \cdot EC$.

Точка D – такая точка на стороне AC , что ED перпендикулярен AC .

Точка M – такая точка на стороне AB , что EM перпендикулярен AB .

Обозначим: $EC = k$, $\angle ABC = \alpha$, $30^\circ < \alpha < 90^\circ$.

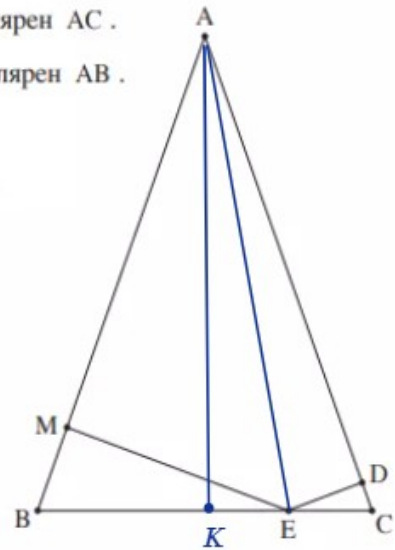
(а) Выразите при помощи k и α длины отрезков DE и ME .

Известно, что сумма площадей треугольников CED и BEM равна $1.6k^2$.

(б) Найдите значение α .

Известно, что длина радиуса окружности, описанной вокруг треугольника AED , равна 29 .

(в) Найдите значение k .



решение :

$$|DE| = |EC| \cdot \sin \alpha = k \cdot \sin \alpha \Rightarrow |DE| = k \cdot \sin \alpha$$

$$|ME| = |BE| \cdot \sin \alpha = 3k \cdot \sin \alpha \Rightarrow |ME| = 3k \cdot \sin \alpha$$

$$\triangle ECD \sim \triangle EBM (\angle BME = \angle CDE, \angle MBE = \angle DCE), \frac{|BE|}{|EC|} = 3 \Rightarrow$$

$$S_{BME} + S_{ECD} = 3^2 \cdot S_{ECD} + S_{ECD} = 10S_{ECD} = 10 \cdot \frac{1}{2} k \cdot k \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha = \frac{5}{2} k^2 \sin 2\alpha \Rightarrow$$

$$\frac{5}{2} \sin 2\alpha = 1.6 \Rightarrow \sin 2\alpha = 0.64 \Rightarrow 2\alpha = 39.8^\circ \text{ или } 2\alpha = 180^\circ - 39.8^\circ = 140.2^\circ, \alpha > 30^\circ \Rightarrow \alpha = 70.1^\circ$$

$$\angle ADE = 90^\circ \Rightarrow |AE| = 2 \cdot 29$$

$$\text{Пусть } |KC| = |KB|, \angle B = \angle C \Rightarrow AK \perp BC, |KE| = k, |AK| = |KC| \cdot \tan \alpha = 2k \cdot \tan \alpha$$

$$|AK|^2 + |KE|^2 = |AE|^2 \Rightarrow (2k \cdot \tan 70.1^\circ)^2 + k^2 = 58^2 \Rightarrow k^2 = \frac{58^2}{1 + (2 \cdot \tan 70.1^\circ)^2} = 106.709 \Rightarrow k = 10.33$$

6. Дана функция $f(x) = \frac{6(x-1)^2}{x^2+a}$.

a – положительный параметр.

(к) (1) Найдите область определения функции $f(x)$.

(2) Найдите уравнения асимптот функции $f(x)$, перпендикулярных осям координат (если таковые существуют).

(а) Найдите координаты точек экстремума функции $f(x)$ и определите их тип. Выразите свои ответы при помощи a , если это необходимо.

Известно, что координата y точки максимума функции $f(x)$ равна 7.5.

(а) Найдите значение a .

Для найденного вами значения a ответьте на вопросы пунктов (г)–(н).

(г) Начертите схематический график функции $f(x)$.

$f'(x)$ – производная функции $f(x)$.

$g(x)$ – функция, для которой выполняется $g(x) = \frac{-f'(x)}{(f(x))^2}$.

(н) (1) Найдите область определения функции $g(x)$.

(2) Найдите области положительности и отрицательности функции $g(x)$.

(3) Вычислите площадь фигуры, заключенной между графиком функции $g(x)$ и осью x на интервале $-a \leq x \leq 0$.

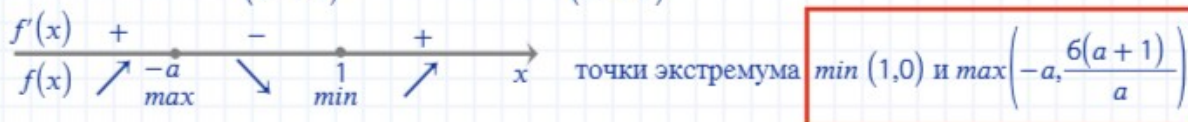
решение :

к1) $a > 0 \Rightarrow x^2 + a > 0 \Rightarrow x \in (-\infty, \infty)$

к2) $x^2 + a \neq 0 \Rightarrow$ вертикальных асимптот нет

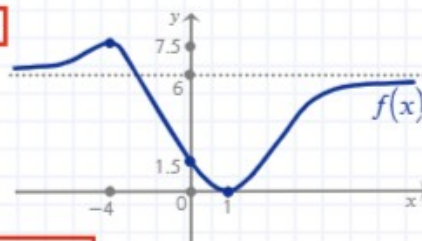
$x \rightarrow \pm\infty \Rightarrow f(x) \rightarrow 6 \Rightarrow y = 6$ горизонтальная асимптота

а $f'(x) = 6 \frac{2(x-1)(x^2+a) - 2x(x-1)^2}{(x^2+a)^2} = 12 \frac{(x-1)(a+x)}{(x^2+a)^2}$, $f'(x) = 0 \Rightarrow x = 1$ или $x = -a \Rightarrow$



а $f(-a) = 7.5 \Rightarrow \frac{6(a+1)}{a} = 7.5 \Rightarrow a = 4$

г $f(x) = \frac{6(x-1)^2}{x^2+4}$, $(0, \frac{3}{2})$, $(1, 0)$



н1) $g(x) = -\frac{(4+x)}{3(x-1)^3} \Rightarrow x \in (-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$

н2) $g(x) -$ $x \in (-\infty, -4) \cup (1, +\infty) \quad g(x) < 0$
 $x \in (-4, 1) \quad g(x) > 0$

н3) $S = \int_{-4}^0 \frac{-f'(x)}{(f(x))^2} dx = - \int_{-4}^0 \frac{df(x)}{(f(x))^2} = \frac{1}{f(x)} \Big|_{-4}^0 = \frac{x^2+4}{6(x-1)^2} \Big|_{-4}^0 = \frac{8}{15}$ $S = \frac{8}{15}$

7. Дана функция $f(x) = (\sin x)^2 \cdot \cos(2x)$, определенная на интервале $-\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{4}$.

(к) Докажите, что функция $f(x)$ четная.

(а) Найдите координаты всех точек экстремума функции $f(x)$ и определите их тип.

(а) Начертите схематический график функции $f(x)$.

Производная $f'(x)$ определена на интервале $-\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{4}$.

Дана функция $g(x) = \sqrt{a \cdot f'(x)}$.

a – отрицательный параметр.

(т) (1) Найдите область определения функции $g(x)$.

(2) Найдите координаты точек пересечения графика функции $g(x)$ с осью x .

Известно, что у функции $f(x)$ есть только одна точка перегиба в области определения функции $g(x)$.

(п) Начертите схематический график функции $g(x)$.

решение :

$$\kappa f(-x) = (\sin(-x))^2 \cdot \cos(-2x) = (-\sin(x))^2 \cdot \cos(2x) = (\sin(x))^2 \cdot \cos(2x) = f(x)$$

$$\jmath f(x) = \sin^2 x - 2\sin^4 x \Rightarrow f'(x) = 2\sin(x)\cos(x) - 8\sin^3(x)\cos(x) = \sin(2x) \cdot (1 - 4\sin^2(x))$$

$$f'(x) = \sin(2x) \cdot (1 - 2\sin(x)) \cdot (1 + 2\sin(x))$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin(2x) = 0 \Rightarrow 2x = \pi n \Rightarrow x = \frac{\pi}{2}n \Rightarrow (0,0) \\ 1 - 2\sin(x) = 0 \Rightarrow \sin(x) = \frac{1}{2} \Rightarrow x = (-1)^n \cdot \frac{\pi}{6} + \pi n \Rightarrow \left(\frac{\pi}{6}, \frac{1}{8}\right) \\ 1 + 2\sin(x) = 0 \Rightarrow \sin(x) = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = (-1)^n \cdot \frac{7\pi}{6} + \pi n \Rightarrow \left(-\frac{\pi}{6}, \frac{1}{8}\right) \end{cases}$$

$$\boxed{\max\left(-\frac{\pi}{6}, \frac{1}{8}\right), \max\left(\frac{\pi}{6}, \frac{1}{8}\right), \min(0,0), \min\left(-\frac{\pi}{4}, 0\right), \min\left(\frac{\pi}{4}, 0\right)}$$

$$\jmath (0,0), \left(\frac{\pi}{4}, 0\right), \left(-\frac{\pi}{4}, 0\right), f'\left(\pm\frac{\pi}{4}\right) \neq 0$$



$$\tau g(x) = \sqrt{a \cdot f'(x)}, a < 0 \Rightarrow f'(x) \leq 0 \Rightarrow x \in \left[-\frac{\pi}{6}, 0\right] \cup \left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}\right]$$

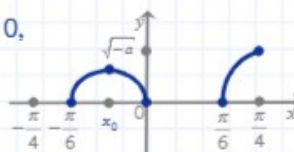
$$g(x) = 0 \Rightarrow f'(x) = 0 \Rightarrow \left(-\frac{\pi}{6}, 0\right), (0,0), \left(\frac{\pi}{6}, 0\right)$$

$$\pi \text{ по условию } f''(x_0) = 0, x_0 \in \left[-\frac{\pi}{6}, 0\right] \Rightarrow g'(x) = \frac{a \cdot f''(x)}{2\sqrt{a \cdot f'(x)}} \Rightarrow g'(x_0) = 0,$$

$$g\left(\frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{-a}, g(x) \geq 0$$

$$x \rightarrow \pm\frac{\pi}{6} \Rightarrow g'(x) \rightarrow \infty \Rightarrow \text{касательная в точках } x = \pm\frac{\pi}{6} \text{ вертикальна}$$

$$x \rightarrow 0 \Rightarrow g'(x) \rightarrow -\infty \Rightarrow \text{касательная в точке } x = 0 \text{ вертикальна}$$



8. На чертеже справа изображены график функции $f(x) = (4x - 2)^3$

и прямая $y = 3x + b$.

b – положительный параметр.

Точка A – такая точка на графике функции $f(x)$,
что ее координата x меньше, чем координата x точки пересечения
графика функции $f(x)$ с данной прямой.

Точка B – такая точка на данной прямой, что отрезок AB
параллелен оси x .

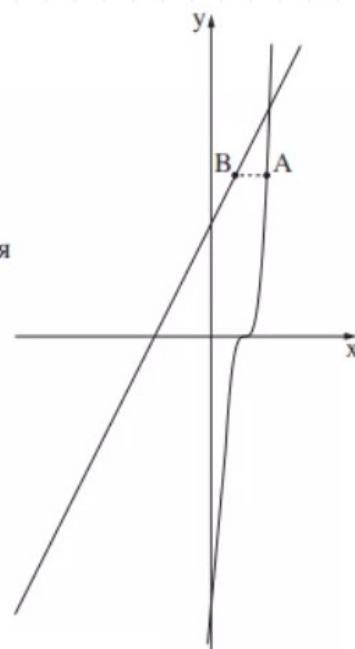
Обозначим через t координату x точки A .

Дано: $0 \leq t \leq 0.7$.

(н) Выразите при помощи b и t координату x точки B .

(з) (1) Найдите значение t , при котором длина отрезка AB будет минимальной.

(2) Найдите значение t , при котором длина отрезка AB будет максимальной.



решение :

$$\text{н } A(t, (4t - 2)^3), \Rightarrow B\left(\frac{(4t - 2)^3 - b}{3}, (4t - 2)^3\right)$$

$$\text{з } g(t) = |AB| = t - \frac{(4t - 2)^3 - b}{3} = \frac{3t + b - (4t - 2)^3}{3} > 0$$

$$g'(t) = 1 - (4t - 2)^2 * 4 = (1 - (8t - 4)) * (1 + (8t - 4)) = (5 - 8t) * (8t - 3)$$

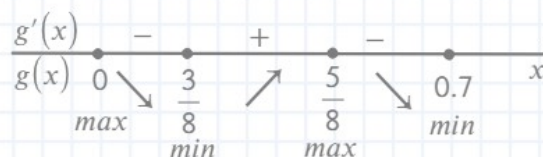
$$g'(x) = 0 \Rightarrow t = \frac{5}{8} \text{ или } t = \frac{3}{8}$$

$$t = 0 \Rightarrow g(t) = \frac{b + 8}{3}$$

$$t = \frac{3}{8} \Rightarrow g(t) = \frac{b + 1.25}{3}$$

$$t = \frac{5}{8} \Rightarrow g(t) = \frac{b + 1.75}{3}$$

$$t = \frac{7}{10} \Rightarrow g(t) = \frac{b + 1.588}{3}$$



$\Rightarrow$

$$t = \frac{3}{8} \Rightarrow |AB| \text{ min}, \quad t = 0 \Rightarrow |AB| \text{ max}$$